ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 65.

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 28.

Α3. α) Λ, β) Σ γ) Λ

Α4. α) $-\dfrac{1}{x^2}$, β) $\nu \cdot x^{\nu-1}$ γ) $c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f(1)=0 \Leftrightarrow 3-\alpha=0 \Leftrightarrow \alpha=3$

Β2. Θα πρέπει

$$x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pm 1$$

Άρα το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι $A_g=\mathbb{R}-\{-1,1\}$.

Β3. $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-2}{x+1}=-\dfrac{1}{2}$

Β4. Για α=3 η f γράφεται $f(x)=x^2-3x+2$ με πρώτη παράγωγο $f'(x)=2x+3$. Άρα

$$f(0)=2,\ f'(0)=-3.$$

Οπότε αν (ε): $y=\lambda x+\beta$ η ζητούμενη εφαπτομένη τότε

$$\lambda=f'(0)=-3 \quad \text{και} \quad M(0,f(0))\in \varepsilon \Leftrightarrow f(0)=\lambda\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=2.$$

Συνεπώς η εξίσωση της ευθείας είναι η (ε): $y=-3x+2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα ν_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
[4,8)	6	**5**	0,1	**36^o**
[8,12)	10	15	0,3	108^o
[12,16)	**14**	10	0,2	72^o
[16,20)	18	**20**	0,4	**144^o**
Σύνολο		**50**	1	**360^o**

Γ2. Οι εκπαιδευτικοί που έχουν τουλάχιστον 8 έτη φοίτησης είναι:

$$\nu_2+\nu_3+\nu_4=15+10+20=45.$$

Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει λιγότερα από 16 έτη είναι:

$$f_1\%+f_2\%+f_3\%=10+30+20=60\%$$

Γ4. Το εμβαδόν του ζητούμενου χωρίου είναι Ε=1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την περίμετρο του ορθογωνίου έχουμε

$$\Pi=80\Leftrightarrow 2x+2y=80\Leftrightarrow 2(x+y)=80\Leftrightarrow x+y=40\Leftrightarrow y=40-x$$

Πρέπει $0<x<40$. Το εμβαδόν είναι ίσο με $E=xy=x(40-x)=-x^2+40x$. Άρα το εμβαδόν δίνεται από τη συνάρτηση $E(x)=-x^2+40x$, με πεδίο ορισμού το $(0,40)$.

Δ2. Η συνάρτηση $E(x)$ είναι παραγωγίσιμη με $E'(x)=-2x+40$. Είναι

$$E'(x)\geq 0\Leftrightarrow -2x+40\geq 0\Leftrightarrow x\leq 20$$

x	0		20		40
$E'(x)$		+	0	−	
$E(x)$		$\nearrow$	Μέγ.	$\searrow$	

Η $E(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $(0,20]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[20,40)$.

Δ3. Από το ερώτημα Δ2 βλέπουμε ότι η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο όταν x = 20. Το μέγιστο εμβαδόν είναι ίσο με $E(20)=-20^2+40\cdot 20=400\ m^2$.

Δ4. Παρατηρούμε ότι $x_A, x_B\in[20,40)$. Η συνάρτηση $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα αυτό. Συνεπώς

$$x_A<x_B\Rightarrow E(x_A)>E(x_B)$$

Επιμέλεια θεμάτων

Βλαχοκυριάκος Κυριάκος, Μαθηματικός M.Sc.

Κιρκή Ελένη, Μαθηματικός M.Sc.

Πετρόπουλος Βασίλης, Μαθηματικός Ph.D.

Τσιμπούρης Δημήτρης, Μαθηματικός